**《 高等数学选讲I》课程教学大纲**

一、课程基本信息

课程代码：100183

课程名称：高等数学选讲I

英文名称：Selected Lectures on Advanced Mathematics I

课程类别：专业选修课

学时：48学时

学　　分：3学分

适用对象: 大三数学和统计学各专业

考核方式：考试

先修课程：数学分析或微积分

二、课程简介

《高等数学选讲》课程，是专门为统计与数学学院的学生开设的选修课程，是高等数学课程的继续和提高，也是进一步学习其他数学课程的基础。本课程的主要通过系统的学习和严格的训练，使学生在已经掌握高等数学的基本理论知识、基本方法的基础上，进一步地提高综合运用高等数学知识的能力，加强做题的能力和技巧训练，使学生在全国硕士研究生入学考试数学三科目中取得好成绩。

“Selected Lectures on Advanced Mathematics” is an elective course for students of the College of Statistics and mathematics. It is the continuation and improvement of advanced mathematics course, and is also the basis of further learning for other mathematics courses. Mainly through systematic learning and strict training, this course causes the student to have mastered the basic theory knowledge and the basic method of advanced mathematics, furtherly enhances the ability of comprehensive utilization of advanced mathematics knowledge. By strengthening the ability and skill training in problem solving, students can achieve good results in the subject of mathematics(three) in the Postgraduate Admission Test.

三、课程性质与教学目的

本课程属于专业选修课，主要为了培养学生的抽象思维能力、逻辑推理能力和综合运用所学的知识分析解决问题的能力。

四、教学内容及要求

**第一章 函数、极限、连续**

1. 目的与要求
2. 理解函数的概念，无穷小量无穷大量的概念，函数的性质，极限的概念，函数连续性的一系列概念和性质。
3. 掌握极限的计算方法，极限的四则运算法则，利用两个重要极限求极限的方法，应用闭区间上连续函数的性质证明，无穷小量的比较方法。
4. 了解左右极限的概念和判定方法，会判别函数间断点类型。
5. 教学内容

 第一节 函数

1. 主要内容

 函数的概念，函数的性质，函数的奇偶性、单调性、周期性的判别， 邻域，有界性，复合函数，反函数，隐函数，基本初等函数和初等函数。

1. 重要公式

x1, x2∈X且x1 < x2 ，f(x1) < f(x2) (或 f (x1) > f(x2)), 单调增加或者单调减少；f(x+T)=f(x)，周期函数。

1. 问题与应用

 会求函数的定义域，会求函数的复合函数和反函数，会判断函数的单调性和奇偶性。

1. 思政元素：人生理想和人生态度教育、“知行合一”、信仰的力量等。

 第二节 极限

1. 主要内容和知识点

 极限的定义，极限的基本性质，无穷小量和无穷大量的定义和性质，无穷小量的比较，等价无穷小替换定理，极限的四则运算法则，两个重要的极限，极限存在的两个准则，洛必达法则求极限的方法。

1. 重要公式









，

1. 问题与应用

熟练运用各种方法求函数的极限，特别是其他未定式与之间的转化，幂指函数求极限的方法。

1. 思政元素：结合数列极限思想引入--魏晋时期数学家刘徽割圆术。

第三节 连续与间断

 1. 主要内容和知识点

连续的定义，函数间断点的定义及其分类，连续函数的性质。

1. 问题与应用

连续与间断问题实质上还是极限问题，分段函数的连续性一般要考虑左右极限，连续函数性质的应用有时候要用到辅助函数。

3.思政元素：引入诗句“孤帆远影碧空尽，唯见长江天际流”，这首诗淋漓尽致地刻画了无穷小的意境，“帆影”是一个随时间变化而趋于零的量。

**第二章 一元函数微分学**

（一）目的与要求

 1，了解导数的概念，罗尔定理，拉格朗日中值定理，高阶导数的概念，泰勒定理，柯西中值定理。

 2，掌握求切线方程和法线方程的方法，求分段函数的导数，隐函数的导数，求函数的微分，求高阶导数的方法，用洛必达法则求极限。

 3，熟练掌握基本初等函数的导数公式，导数的四则运算法则和复合函数求导法则，四个中值定理的应用，函数单调性的判别方法，函数极值和最值的求法和应用。

（二）教学内容

第一节 导数与微分

1，主要内容、基本概念和知识点

 导数的概念，导数的计算，微分的概念，导数的几何意义，利用导数公式和法则求导，变限积分的导数，隐函数的求导方法，对数求导法。

2.问题与应用

 熟练记住基本导数公式和其他的重要公式，隐函数的二阶导数和反函数的二阶导数是难点，多项乘积及幂指函数的导数是重点。

1. 思政元素：结合实际例子--光学透镜的设计及炮弹弹道轨迹的计算引出曲线切线的研究。

 第二节 导数的应用

1，主要内容、基本概念和知识点

 利用导数研究函数的单调性与极值，曲线的凹凸性与拐点，曲线的渐近线，导数在经济学上的应用，主要是求最大利润和最小成本问题。

2，问题和应用

 熟练掌握函数单调性判别的充分条件，熟练掌握判定极限的必要条件和两个充分条件，掌握函数最值的求法，了解曲线凹凸性的定义和判定的充分条件，拐点的定义和判定方法；掌握三种渐近线的判定方法。导数在经济学上的应用，难点是需求弹性和价格弹性的计算和它们与价格的关系。

3.思政元素：结合导数的应用和实际 例 子 引 出 选 址 最佳、用料最省、流量最大、效率最高等优化问题。

第三节 中值定理及不等式证明

 1，主要内容和知识点

 费马引理，罗尔定理，拉格朗日中值定理，柯西中值定理和泰勒中值定理，麦克劳林公式，常见函数的麦克劳林公式。

 2，问题和应用

 掌握常见的证明题型，（1）,证明存在ε使f(ε）=0；（2）讨论方程根的个数和范围；（3）证明存在ε，使得f(n)(ε)=0;(4)证明存在ε，使得G（ε，f(ε),f/(ε)）=0.掌握常用的不等式的证明方法，（1）利用函数的单调性；（2）利用函数的极值最值；（3）利用曲线的凹凸性；（4）利用微分中值定理；（5）转化常数不等式为函数不等式。辅助函数的设置是难点。

3.思政元素：结合三大中值定理映射出三位数学家的生平和中值定理的起源及其发展，引导学生认识事物的发展规律以及加强党的意识形态教育的重要性。

**第三章 一元函数积分学**

（一）目的与要求

 1，了解不定积分和定积分的概念，积分上限函数，定积分中值定理，反常函数的概念，定积分的基本性质。

 2，掌握积分变限函数的导数，利用定积分求平面图形的面积和旋转体的体积，利用定积分求解简单的经济问题，计算反常积分。

 3，熟练掌握基本积分公式，不定积分的换元积分法和分部积分法，牛顿-莱布尼茨公式，定积分的换元积分法和分部积分法。

（二）教学内容

第一节 不定积分

1，主要内容、基本概念和知识点

 原函数和不定积分的定义，不定积分的基本性质，不定积分的基本积分公式，不定积分的换元和分部积分公式。

2，问题与应用

 了解积分与导数的逆运算关系，了解原函数的一些结论，熟记基本积分公式，熟练掌握第一换元法（凑微分法）、第二换元法（常见的：三角代换、根式代换、倒代换）、分部积分公式。了解一些特殊的函数的不定积分。

3.思政元素：结合第一换元法的思想引出反问题和换位思考在疫情防疫中的重要作用。

 第二节 定积分

1，主要内容、基本概念和知识点

 定积分的定义和性质，定积分的几何意义，定积分的几个定理，定积分的计算方法，涉及到定积分的一些等式和不等式证明。

 2，问题与应用

了解定积分的几何意义，掌握变限函数的复合函数的求导方法，了解定积分的计算方法与不定积分的相同和不同之处，特别是上下限的处理问题，了解利用定积分的定义求n项和的极限的方法，掌握定积分证明的方法，如何构造辅助函数和换元是难点。

3.思政元素：结合牛顿-莱布尼茨公式感受大数学家牛顿的人格魅力，学习其刻苦勤奋的科学研究精神。

 第三节 反常积分（广义积分）

 1，主要内容和知识点

 无穷区间的反常积分，无界函数的反常积分（瑕积分），几个重要的反常积分。

 2，问题与应用

反常积分的基本问题是计算，计算归结为“定积分+极限”，极限的存在与否决定反常积分的收敛与发散，瑕积分关键是瑕点的判定。注意反常积分计算过程中与普通的定积分的相同和不同。

3. 思政元素：利用广义积分与定积分关系，说明看起来毫无关联的事物，本质上可能是相通的。

 第四节 定积分的应用

 1，主要内容和知识点

 微元法的思想，求平面图形的面积，求旋转体的体积，定积分的简单的经济应用。

 2，问题与应用

 求平面图形的面积包括直角坐标和极坐标两种情况，直角坐标又包括x型和y型两种类型，都要熟练掌握，旋转体体积包括绕x轴旋转和绕y轴旋转两种情况，了解函数的平均值的概念和计算方法。定积分的经济应用主要是利用边际函数求总函数。

3. 思政元素：结合古代数学“方田”中田土面积的计算方法，引导学生认识改革开放对我国社会和人的重大影响，决定“四个自信”。

1. **多元函数微积分学**

（一）目的与要求

1，了解多元函数的概念，二元函数的极限和连续问题，二元连续函数的性质，了解偏导数与全微分的概念，多元函数极值最值的一系列概念，二重积分的概念与性质，了解简单的反常二重积分的计算。

2，，掌握全微分的求法，掌握多元隐函数求偏导的方法，掌握简单的多元函数的最值问题，掌握多元函数在经济学上的简单应用。

 3，熟练掌握多元复合函数的一阶、二阶偏导数的求法，掌握多元函数极值存在的必要条件，熟练掌握用拉格朗日乘数法求条件极值，熟练掌握二重积分的计算方法（直接坐标和极坐标）。

（二）教学内容

第一节 多元函数微分学

1，主要内容和知识点

 二元函数的定义，几何意义，二元函数的极限，二元函数的连续，偏导数的概念和求法，全微分的概念和求法，多元复合函数的求导法则，隐函数的求导公式，多元函数的极值。

2，问题与应用（能力要求）

 重点和难点是多元复合函数求导法则-链式法则，隐函数的求导法则重点是由一个方程确定的隐函数的导数，多元函数的极值重点是用拉格朗日乘数法求条件极值，多元函数极值的必要条件在一些实际问题的灵活应用。

3.思政元素：结合偏导数与最小二乘法的原理、思想、应用引出其相应的背景和故事。

 第二节 二重积分

1，主要内容和知识点

 二重积分的概念和基本性质，二重积分的计算，交换积分次序及坐标

系。

2，问题与应用

 两种坐标系下二重积分的计算（直角坐标和极坐标），利用区域的对称性和函数的奇偶性计算积分，涉及到二重积分的等式的证明，了解反常二重积分的计算。

3.思政元素: 结合二重积分计算中的实际例子引出案例教学法讲授视野和视域的异同。

**第五章 无穷级数**

（一）目的与要求

1，了解级数的概念和基本性质，级数收敛的必要条件，了解任意项级数绝对收敛和条件收敛的概念，幂级数的概念和基本性质。

2，掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域，掌握简单幂级数在其收

敛区间内的和函数。

3，熟练掌握正项级数的判别法，交错级数的莱布尼兹判别法，几何级数及P级数的收敛与发散的条件，任意项级数的判别方法。

（二）教学内容

第一节 常数项级数

1，主要内容、基本概念和知识点

 级数的定义，收敛级数的和，几何级数和P级数的敛散性，收敛的充要条件，比较判别法，比值判别法，根植判别法，任意项级数的判别方法。

1. 问题与应用（能力要求）

熟练掌握正项级数的判别法和任意项级数的判别法，交错级数的判别法莱

布尼兹定理；利用收敛级数求极限。

1. 思政元素：结合常数项级数的概念引出圆的面积计算公式的由来。

第二节 幂级数

1，主要内容、基本概念和知识点

 幂级数的收敛半径、收敛区间，幂级数的和函数的计算，函数展开成泰勒级数的条件，几个常见的麦克劳林展开式。

2，问题与应用（能力要求）

掌握阿贝尔定理和阿达玛公式，熟记泰勒级数，记住常见的麦克劳林展开式 ，能够利用常见的麦克劳林展开式求其他级数的和函数。

3. 思政元素：结合函数展开成幂级数引导人生哲学基本原理教育。

**第六章 常微分方程和差分方程**

 （一）目的与要求

 1，了解微分方程的一些基本概念和性质，差分方程的概念及其通解与特解的概念。

 2，掌握二阶常系数齐次线性微分方程，解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数的二阶常系数非齐次线性微分方程，用微分方程求解简单的经济应用问题。

 3，熟练掌握变量分离法，一阶齐次微分方程和一阶线性微分方程的求解方法。

1. 教学内容

 第一节 常微分方程

 1，主要内容和知识点

 微分方程的阶，常微分方程的概念，线性微分方程，微分方程的解和通解，常见的一阶微分方程及其解法，二阶线性微分方程的解法。

 2，问题与应用

 重点和难点是可化为微分方程求解的问题，例如含有变限积分的函数方程转化为微分方程，再利用微分方程求解函数。

3.思政元素：结合一阶线性微分方程引出马王堆一号墓年代的确定的微分方程。

 第二节 差分方程

 1，主要内容和知识点

 对差分方程的概念和解的情况作简单的介绍。

1. 思政元素：结合习题和例题引出秉承爱国之心，为社会主义事业终生服务的高尚理念。
2. 教学方法与手段

课堂讲授为主，习题和辅导为辅。

五、各教学环节学时分配

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **教学环节****教学时数****课程内容** | **讲****课** | **习****题****课** | **讨****论****课** | **实验** | **其他教学环节** | **小****计** |
| 第一章 | 6 |  |  |  |  | 6 |
| 第二章 | 6 |  |  |  |  | 6 |
|  第三章 | 6 | 1 |  |  |  | 7 |
|  第四章 | 10 | 1 |  |  |  | 11 |
|  第五章 | 8 | 1 |  |  |  | 9 |
|  第六章 | 5 | 1 |  |  |  | 6 |
|  随堂测验 |  |  |  |  | 3 | 3 |
| 合计 | 41 | 4 |  |  |  | 48 |

六、推荐教材和教学参考资源

**李永乐，考研数学复习全书2023版（数学三），西安交通大学出版社 2023年版**

七、其他说明

大纲修订人： 刘家军，杨巧梅 修订日期：2022年8月26日

大纲审定人： 审定日期：